Exercice 5 :

Soit $(O,\vec{i},\vec{j})$ un repère orthonormé du plan et

$f : P \to P \ : \ M(z) \mapsto M'(z') \ / \ z' = 2z - z^2$.

1°/ Soit M_1 et M_2 les points d'affixes respectives z^2 et $2z$ où $z \in \mathbf{C}$.
Montrer que OM_1M_2M' est un parallélogramme.

2°/ Soit H l'ensemble des points M(z) tels que z' soit un nombre imaginaire.

a) Déterminer une équation cartésienne de H.

b) Montrer que H est une hyperbole passant par O.

c) Ecrire une équation cartésienne de la tangente (T) à H en O.

Exercice 6 :

Soit u un nombre complexe et (E_u) l'équation :

$z^2 - (2u - i\overline{u})z - 2iu \cdot \overline{u} = 0$.

1°/ Résoudre dans $\mathbf{C}$, l'équation (E_u). On désignera par z' et z'' les solutions de cette équation.

2°/ On rapporte le plan à un repère orthonormé direct $(O,\vec{e}_1,\vec{e}_2)$ et on désigne par A, M, M' et M'' les points d'affixes respectives $2i$, u, z' et z''
Soit H l'ensemble des points M tels que les points A, M' et M'' soient alignés.

a) Trouver une équation cartésienne de H.

b) Montrer que l'ensemble H est une hyperbole dont on précisera le centre, les sommets, les foyers et les asymptotes.

c) Vérifier que H passe par le point O et donner une équation cartésienne de la tangente à H en O.

d) Tracer H.